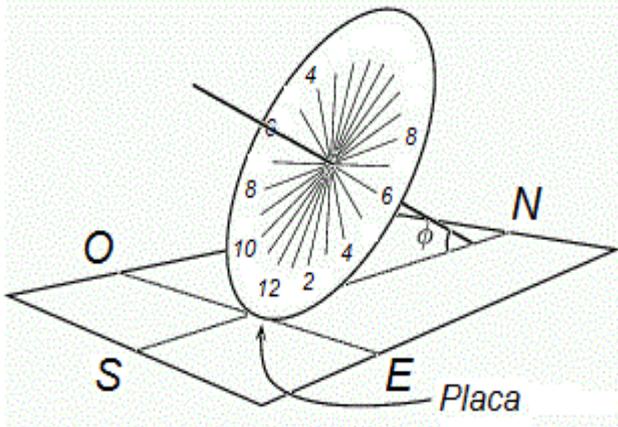


Diseño y Construcción
de
Relojes Solares

Sergio Alonso
Parque Cielos del Sur

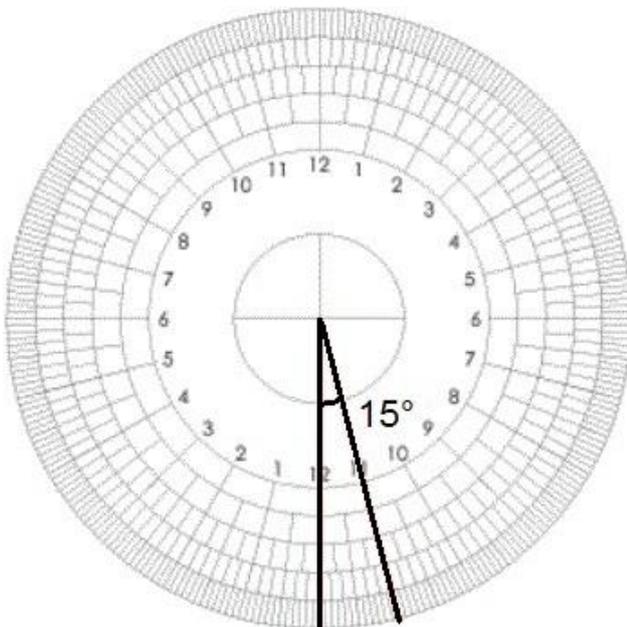
Reloj Solar Ecuatorial



Los relojes solares ecuatoriales utilizan un gnomon que apunta al Polo Celeste (en nuestro caso el Polo Sur Celeste), por lo que el ángulo que éste forma con el plano del suelo es igual a la latitud del lugar.

Esta disposición hace que el gnomon sea paralelo al eje terrestre, y en consecuencia la placa, que es perpendicular al gnomon, quede paralela al plano ecuatorial.

Por esta razón, en los meses de primavera y verano en los que el Sol se encuentra a Sur del Ecuador Celeste, la sombra del gnomon es proyectada sobre la cara Sur de la placa, mientras que en los meses de otoño e invierno, en los que el Sol se encuentra al Norte del Ecuador Celeste, la sombra del gnomon es proyectada sobre la cara Norte de la placa.



Las líneas horarias se disponen en ángulos de 15° entre ellas, ya que la sombra del gnomon sobre la placa, que está alineada ecuatorialmente, barre 15° por hora.

La numeración sobre la cara Sur de la placa se incrementa en sentido anti-horario, distribuyendo las horas de la mañana sobre el lado Oeste de la placa y las horas de la tarde de lado Este de la placa.

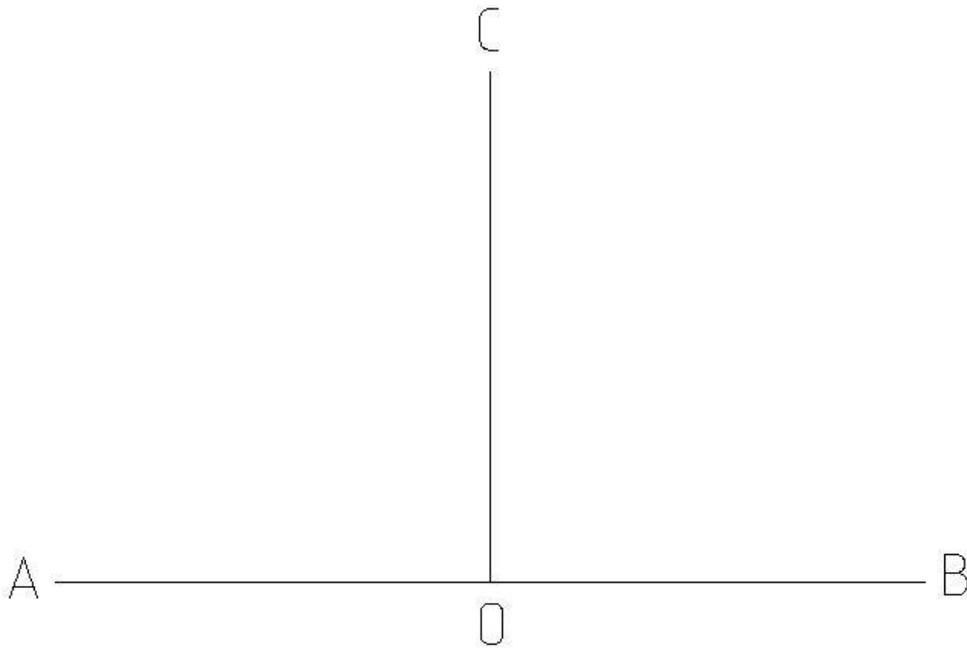
Para que esta distribución horaria se mantenga sobre la cara Norte de la placa (AM al Oeste, PM al Este), la numeración debe incrementarse en sentido horario.

Reloj Solar Horizontal

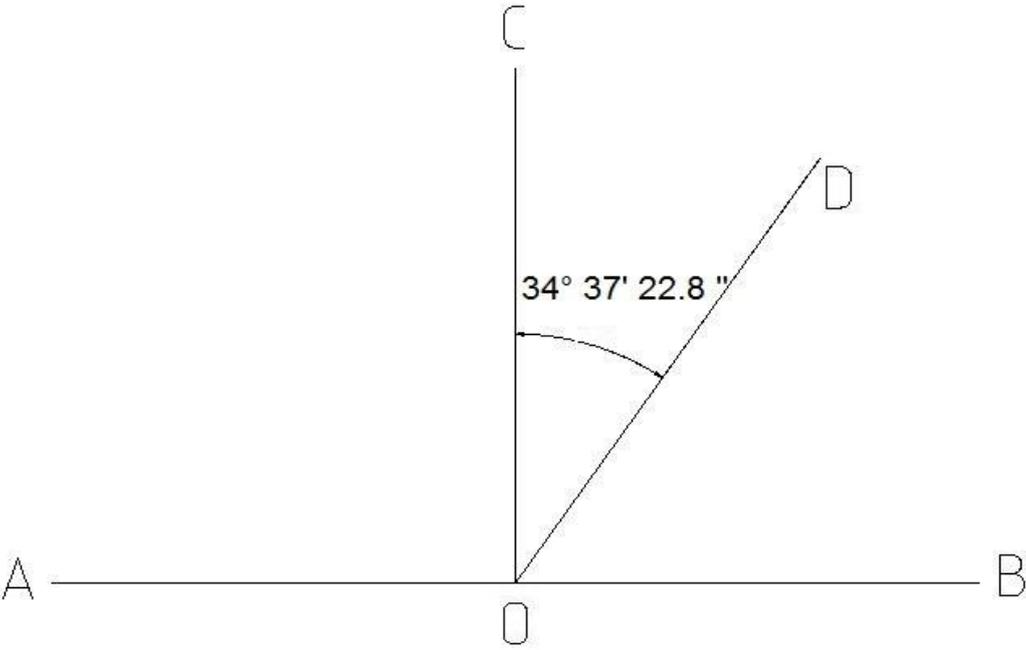
Diseño de la Placa.

Método gráfico publicado en París por
Dom Francois Bedos de Celles
en 1790.

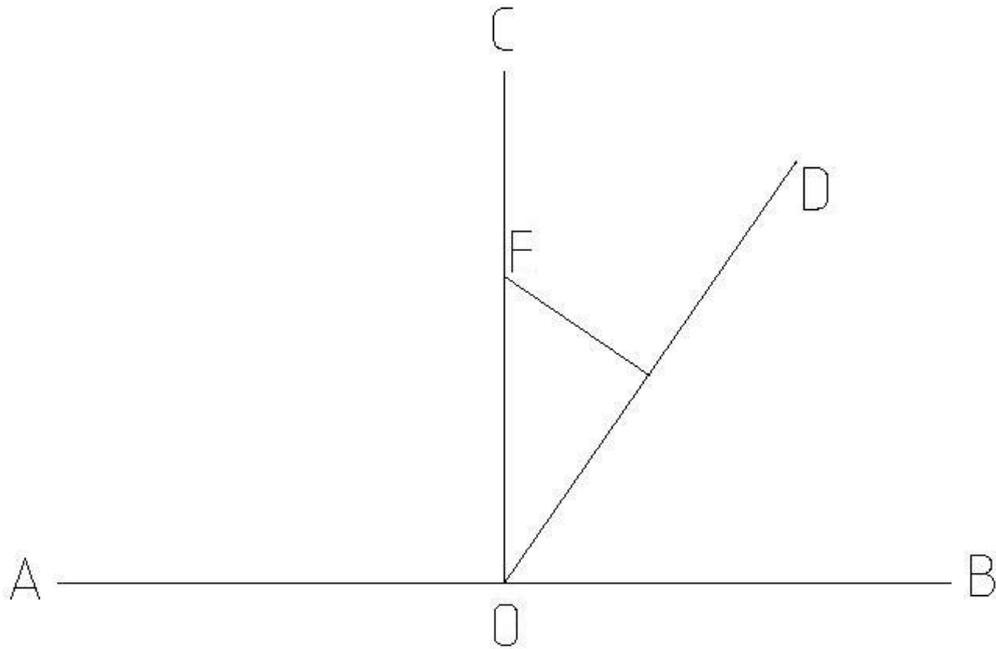
- 1) Dibuje las líneas AB y CO de modo que sean perpendiculares entre sí, y se intersecten en el punto O . En la placa final, la recta AB coincidirá con la línea de las 6 en punto, mientras que la línea CO coincidirá con la de las 12 en punto:



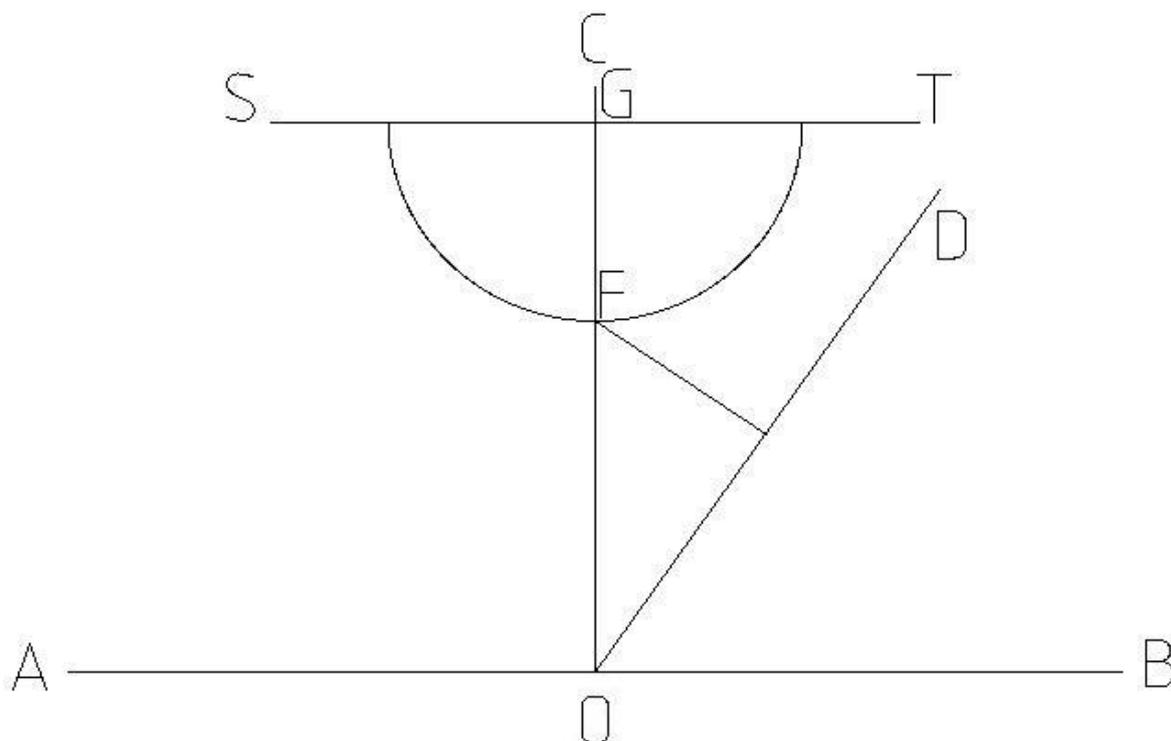
2) Dibuje la línea OD , de tal manera que el ángulo COD sea igual a la Latitud del lugar para el que se está diseñando el Reloj Solar Horizontal. En nuestro ejemplo, haremos que el ángulo COD sea igual a la Latitud de Rawson, que es de $34^{\circ} 37' 22,8''$.



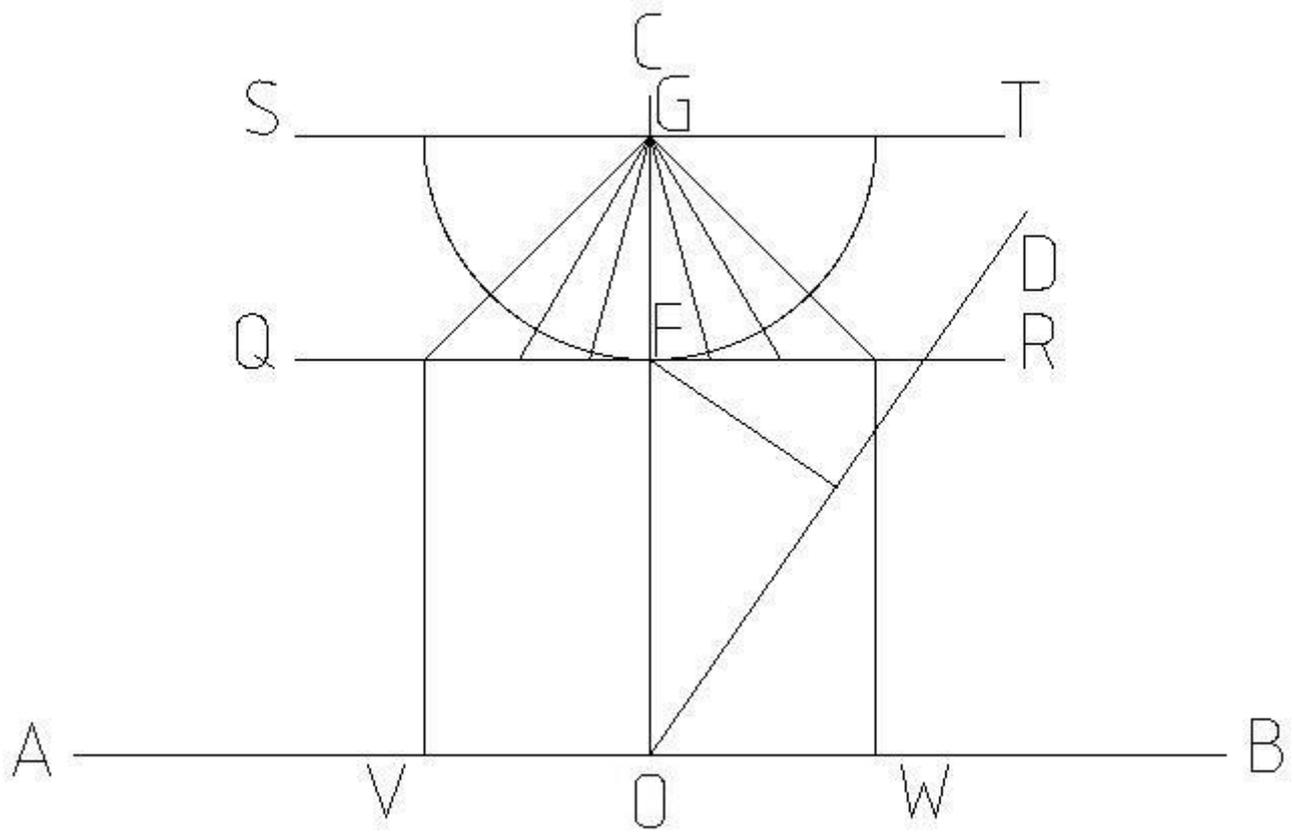
- 3) *En cualquier punto de la recta OD, trazar una recta perpendicular a ésta de modo que corte a la recta OC en un punto al que llamaremos F. La distancia desde el punto O hasta donde se trace la recta perpendicular es arbitraria, y determinará el tamaño final de la placa. Esa distancia puede hacerse más larga o más corta de acuerdo a que uno desee diseñar una placa más grande o más pequeña.*



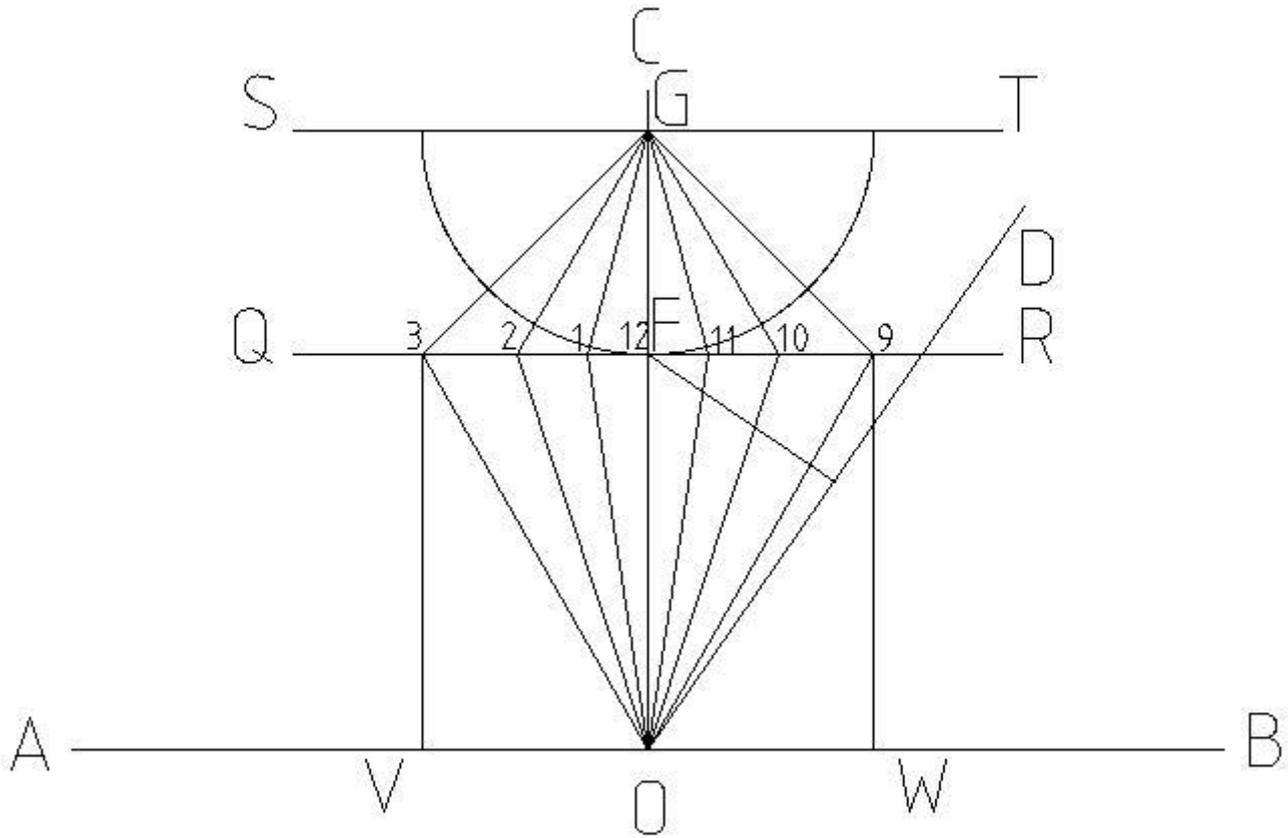
- 4) Mida cuidadosamente el segmento de recta que se trazó en el paso anterior, y marque un punto sobre la recta OC al que llamaremos G , que esté por encima del punto F y separado a esa misma distancia. Trazar una recta ST , que sea paralela a la recta AB , y que pase por el punto G . Haciendo centro en el punto G , trazar una semicircunferencia de radio igual a la distancia FG .



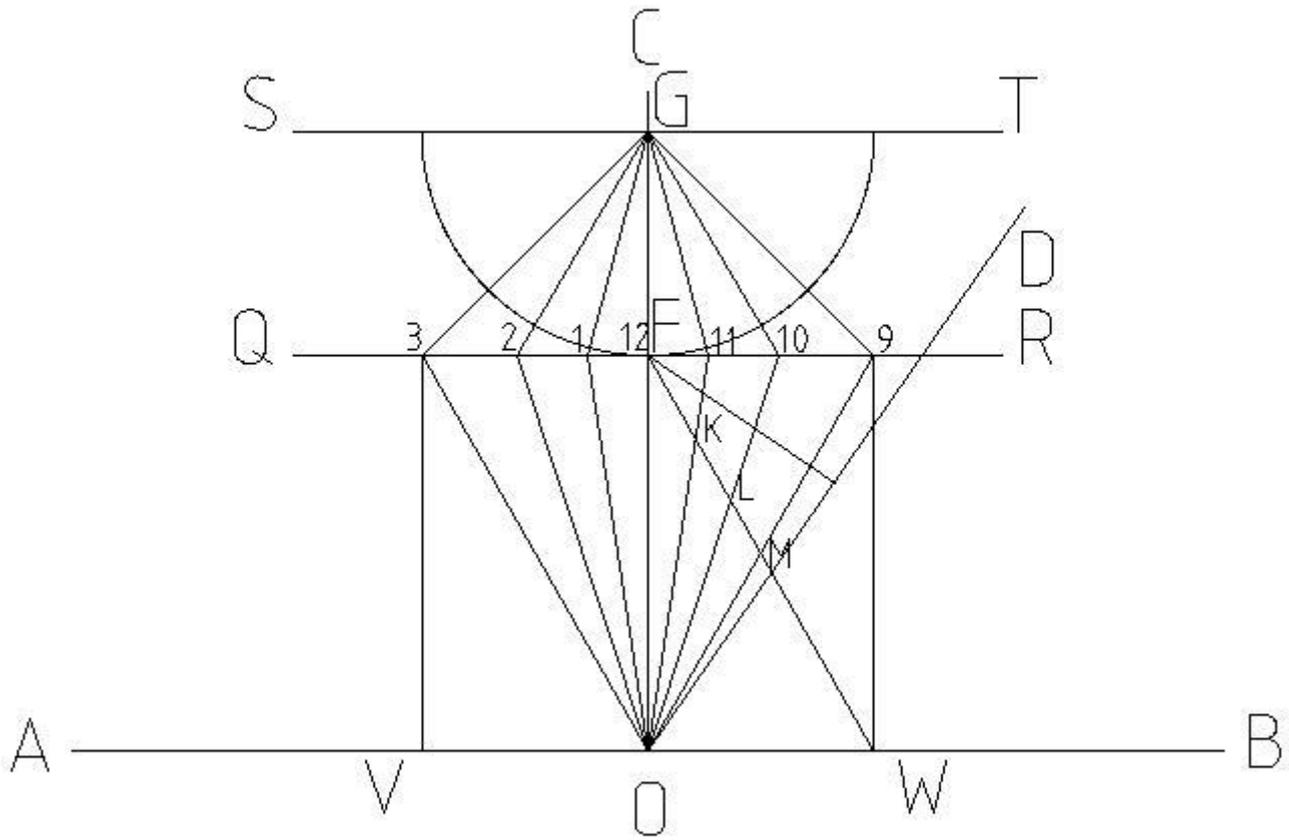
- 5) Trazar una recta QR , paralela a AB y que pase por el punto F . Trazar un radio a cada lado del segmento GF , a 15° de éste, con centro en G . Trazar otros dos radios, uno a cada lado del segmento GF , a 30° de éste con centro en G . Trazar por ultimo dos radios más, uno a cada lado del segmento GF , a 45° de éste, con centro en G . Prolongar los seis radios trazados para que intersecten a la recta QR en seis puntos. Trazar una recta que vaya desde el punto en que el radio a 45° de la izquierda corta a la recta QR , que sea paralela a la recta OC , y que corte a la recta AB en el punto V . Trazar una recta que vaya desde el punto en que el radio a 45° de la derecha corta a la recta QR , que sea paralela a la recta OC , y que corte a la recta AB en el punto W .



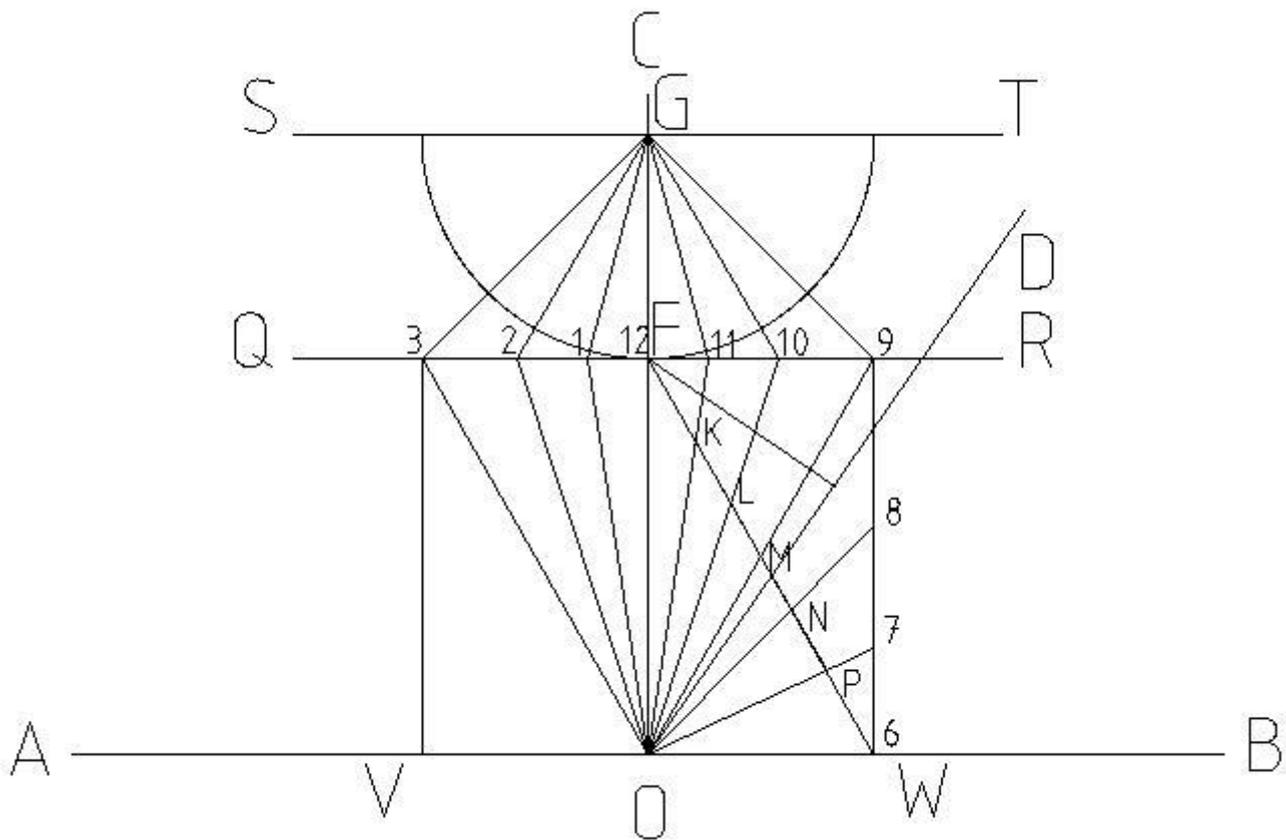
- 6) Trazar líneas rectas desde el punto *O* hasta donde cada radio trazado en el paso anterior intersecta la recta *QR*. Marcar con la hora 9 a la intersección del ángulo superior derecho, numerando 10, 11, 12, 1 y 2 a los puntos de intersección que le siguen hacia la izquierda, y marcar finalmente con la hora 3 a la intersección del ángulo superior izquierdo.



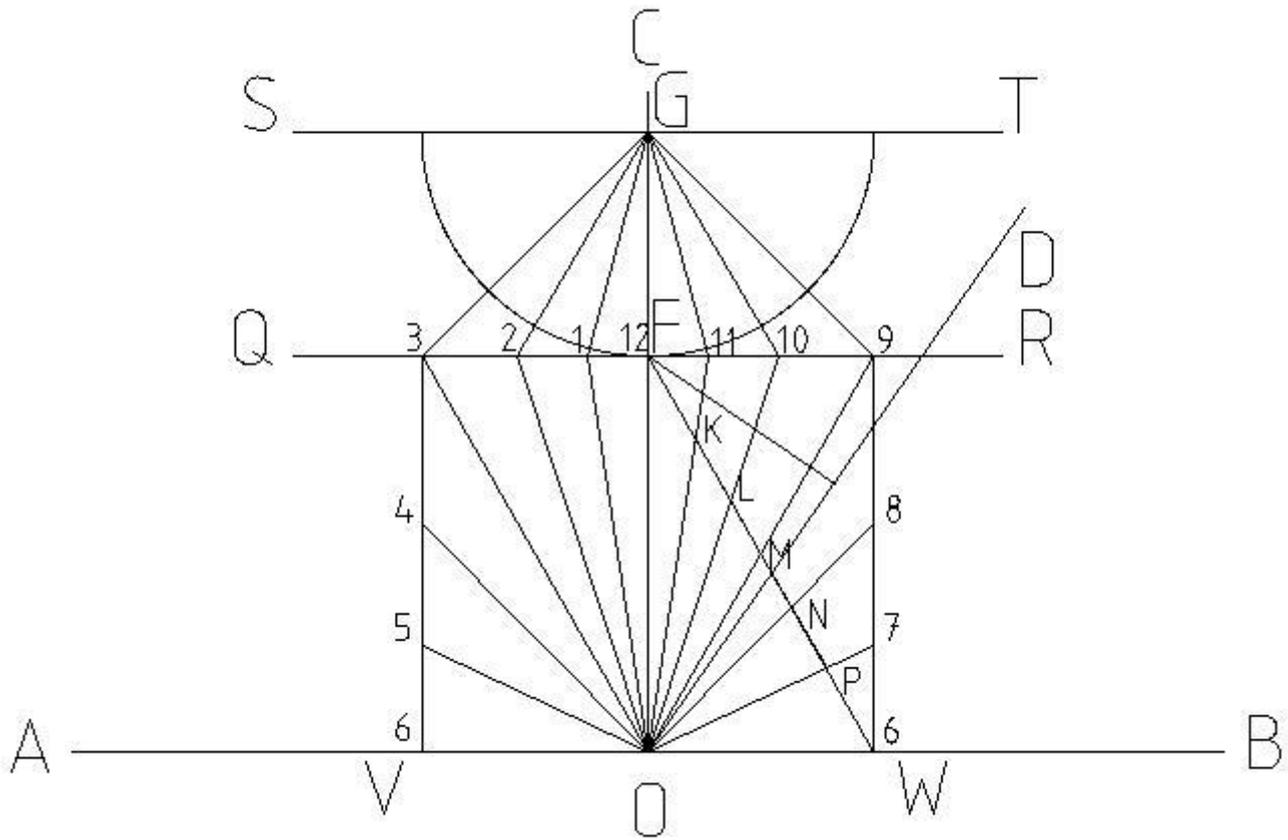
- 7) Trazar una recta FW, que deberá ser paralela a la recta OQ. Esta nueva recta interseca a los segmentos que van desde O a los puntos rotulados como 11, 10 y 9, en los puntos K, L y M respectivamente



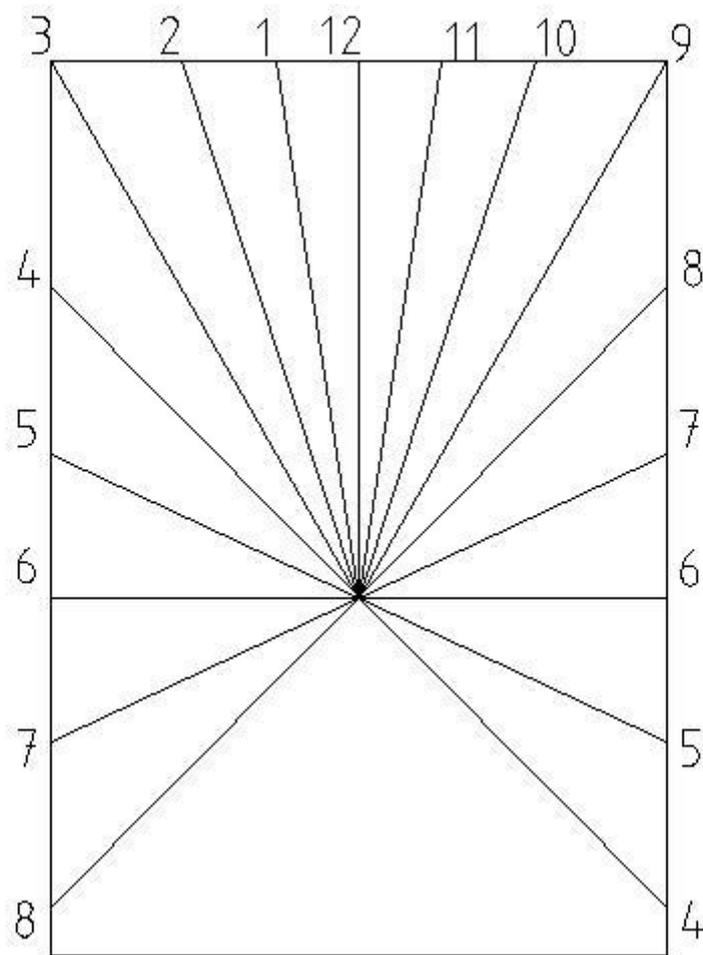
- 8) Partiendo del punto M , marque un punto N sobre la recta FW de tal manera que la distancia MN sea idéntica a la distancia ML , y otro punto P de tal manera que la distancia MP sea igual a la distancia MK . Trazar sendas rectas tales que, partiendo del punto O , pasen por los puntos N y P respectivamente, e intersecten el segmento de recta vertical que une al punto 9 con el punto W . Estas intersecciones deberán marcarse con las horas 8 y 7 respectivamente. Marcar al punto W con la hora 6.



9) Aplicar un procedimiento similar a paso anterior sobre el lado izquierdo para obtener los puntos horarios de las 4 y de las 5. Marcar el punto V con la hora 6.



10) *Borrar todas las rectas, los puntos, la semicircunferencia y demás elementos auxiliares usados durante el diseño, y remarcar las líneas y números de la placa resultante. La placa debe ser capaz de indicar la hora en el amanecer más temprano y en el atardecer más tardío del año. Dependiendo de la Latitud, esto puede ir mucho más allá de las 6 AM y 6 PM que indica la placa tal como quedó. Para agregar horas a la placa simplemente se estiran los segmentos laterales, y habida cuenta de que cualquier hora de la mañana es una prolongación recta de su correspondiente hora de la tarde, lo único que se necesita hacer es prolongar las líneas de las horas cercanas a las 6 para que intersecten el lado opuesto de la placa. Así por ejemplo, la línea correspondiente a las 7 de la mañana, puede estirarse de modo de intersectar el lado opuesto en un punto que indicará las 7 de la tarde. Lo mismo vale para las 5 de la mañana/5 de la tarde, 8 de la mañana/8 de la tarde, etc.*



Reloj Solar Horizontal

Diseño de la Placa.

Método matemático para el cálculo de las líneas horarias

Las líneas horarias de la placa están determinadas por la expresión:

$$\text{tg } D = (\text{tg } t) (\text{sen } \varphi)$$

Donde:

D: es el ángulo entre la línea horaria y la línea central de las 12:00.

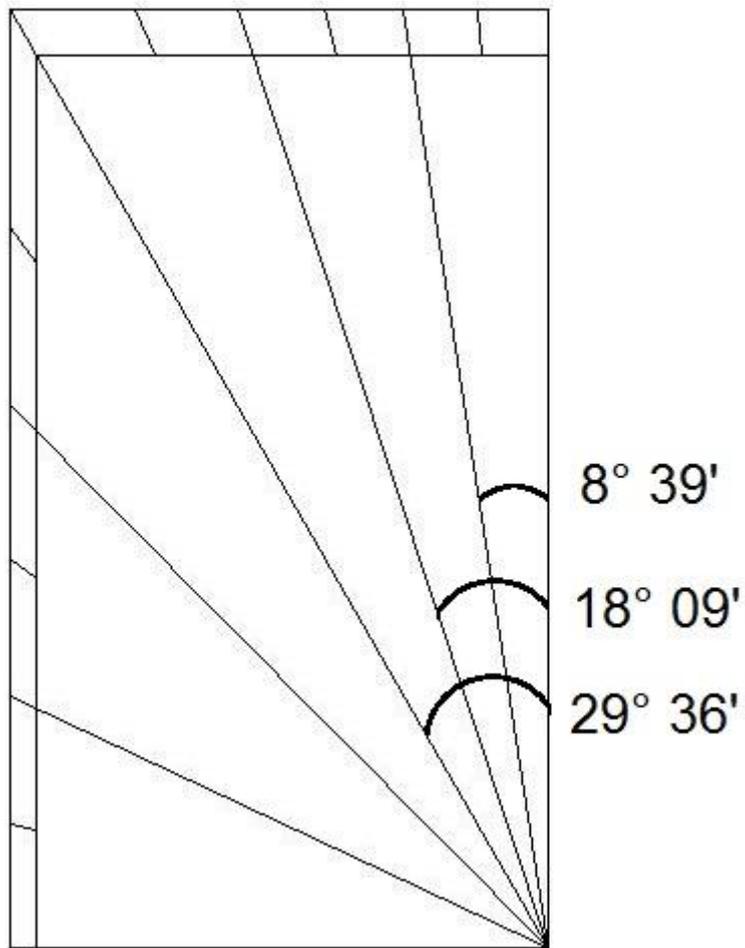
t: es el tiempo medido desde el mediodía expresado en grados y minutos de arco.

φ : es la latitud del lugar

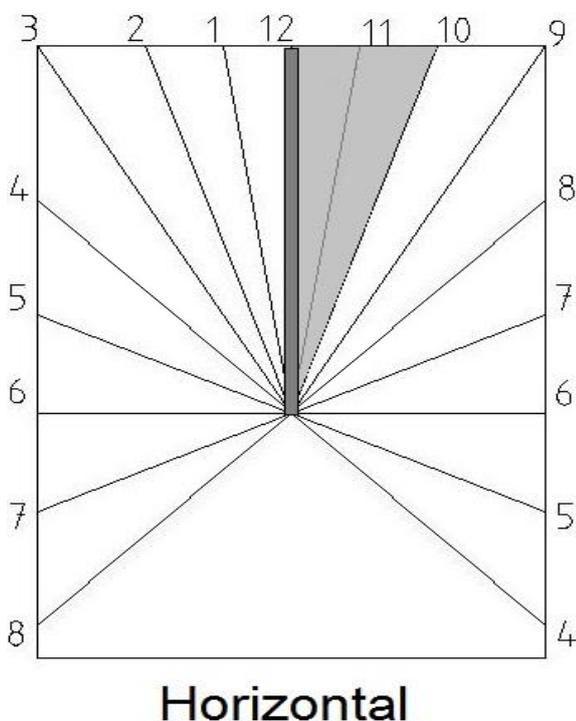
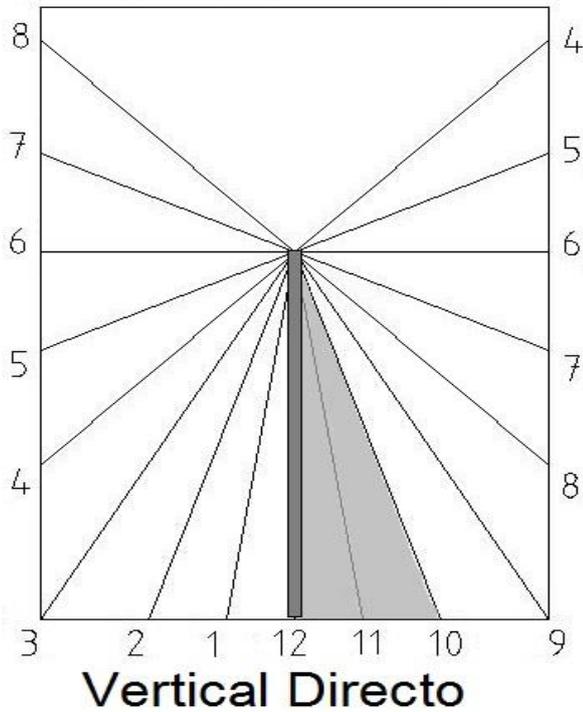
Para Rawson la latitud es $\varphi = 34^\circ 37' 22,8''$

Aplicando la fórmula podemos hallar el ángulo D para cada línea horaria:

Hora	t	tg t	sen φ	D
11:30 / 12:30	7° 30'	0,1316525	0,5681741	4° 16'
11:00 / 1:00	15° 00'	0,2679492	0,5681741	8° 39'
10:30 / 1:30	22° 30'	0,4142136	0,5681741	13° 14'
10:00 / 2:00	30° 00'	0,5773503	0,5681741	18° 09'
9:30 / 2:30	37° 30'	0,7673270	0,5681741	23° 33'
9:00 / 3:00	45° 00'	1,0000000	0,5681741	29° 36'
8:30 / 3:30	52° 30'	1,3032254	0,5681741	36° 31'
8:00 / 4:00	60° 00'	1,7320508	0,5681741	44° 32'
7:30 / 4:30	67° 30'	2,4142136	0,5681741	53° 54'
7:00 / 5:00	75° 00'	3,7320508	0,5681741	64° 45'
6:30 / 5:30	82° 30'	7,5957541	0,5681741	76° 57'



Reloj Vertical Norte Directo

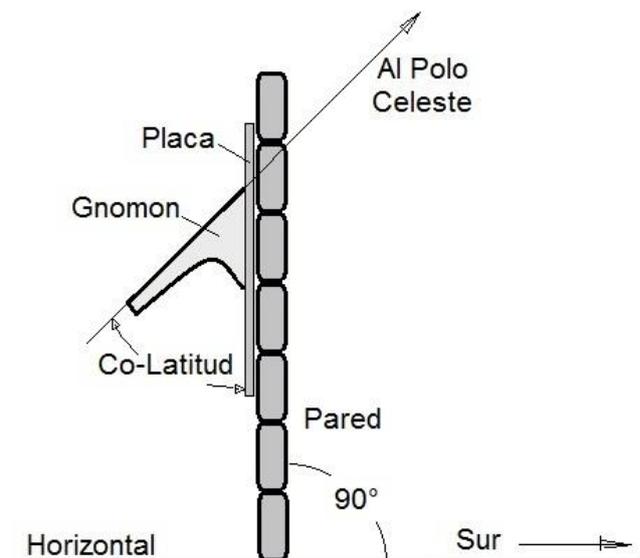


Como se ve en la figura, la numeración de las líneas horarias de un reloj solar vertical Norte Directo están opuestas en espejo con respecto a las de un reloj horizontal.

Las líneas horarias del reloj solar Vertical Norte Directo para una latitud dada, se corresponden con las líneas horarias de un reloj solar Horizontal para la co-latitud de ese lugar.

Como en el caso del reloj horizontal, se han agregado líneas horarias de modo que el reloj de sol abarque tanto la salida de Sol más temprana, como la puesta de Sol más tardía. Ambos fenómenos se producen en el Solsticio de Verano.

El gnomon del reloj Vertical Directo apunta al Polo Sur Celeste, formando un ángulo igual a la co-latitud con la pared (vertical).



Reloj Vertical Este Directo

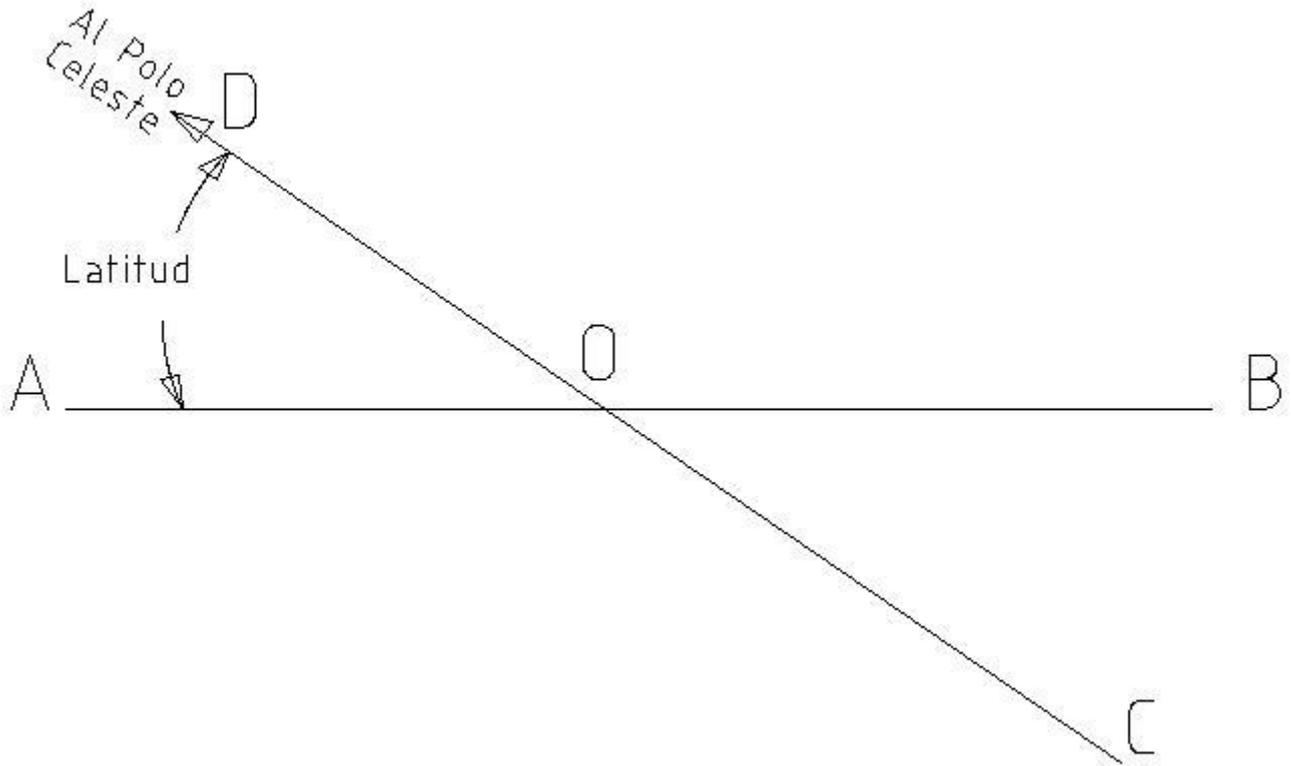
Diseño de la Placa.

Método gráfico publicado en Londres por
Charles Leadbetter
en 1773.

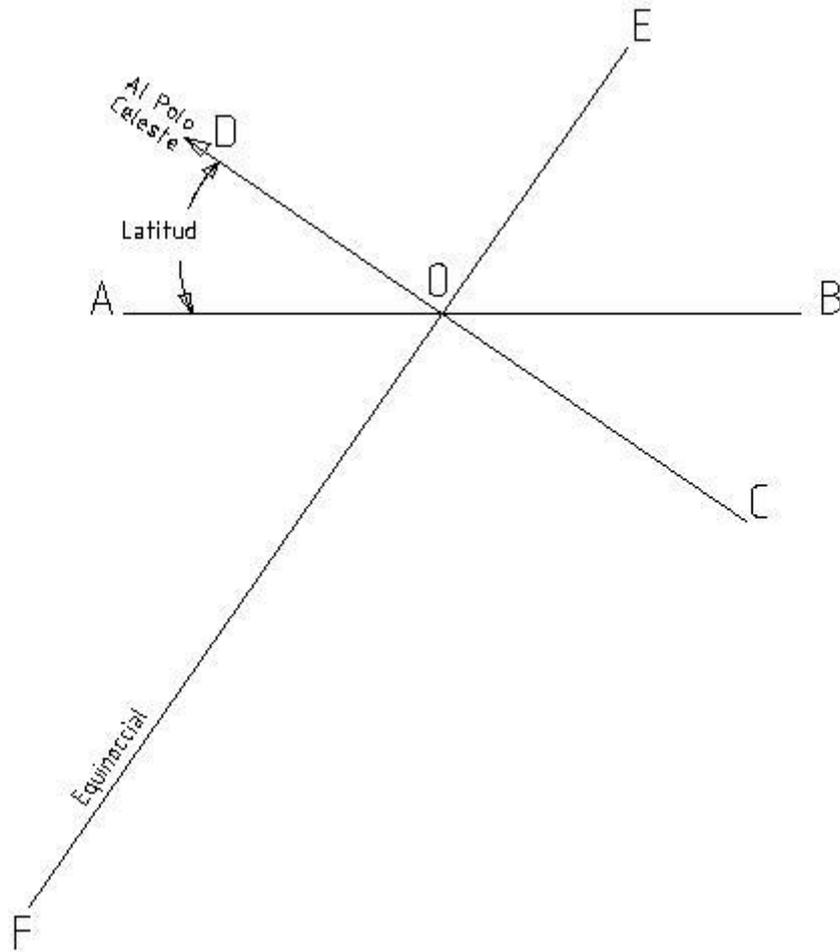
- 1) Dibuje la línea AB que deberá disponerse horizontalmente cuando la placa esté finalizada y sea instalada sobre la pared Este de un edificio.

A _____ B

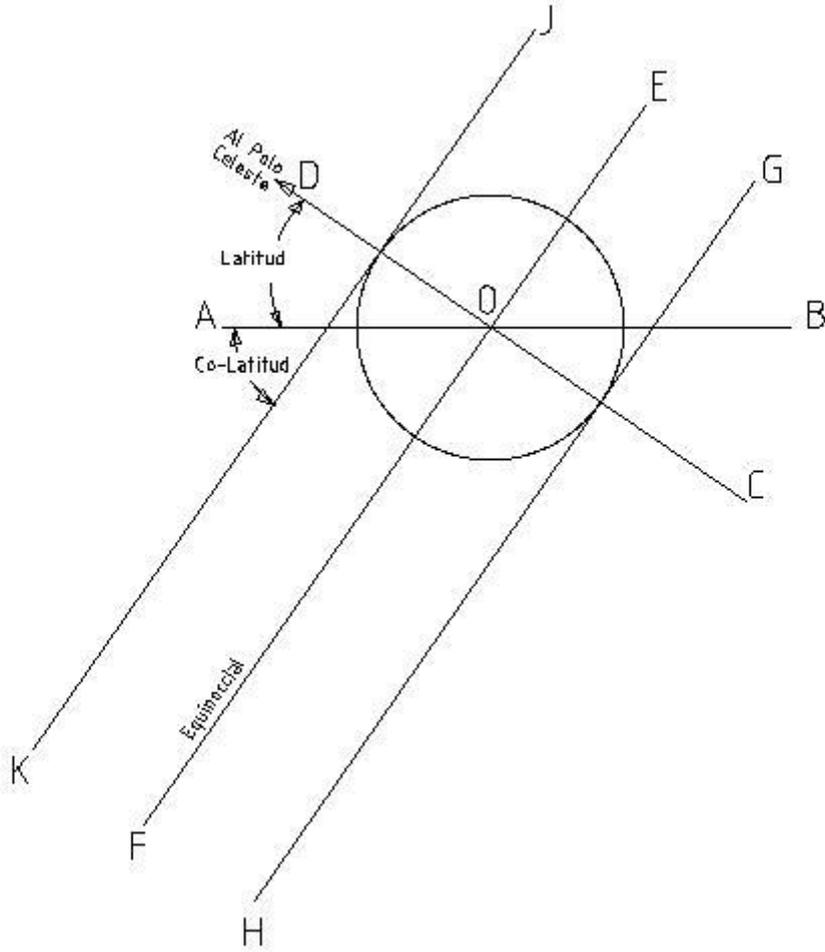
- 2) Ubique al punto O en un lugar conveniente del segmento AB , y trace la recta COD , de tal manera que el ángulo AOD sea igual a la latitud del lugar (para el caso de Rawson este ángulo será de $34^{\circ} 37' 22,8''$).



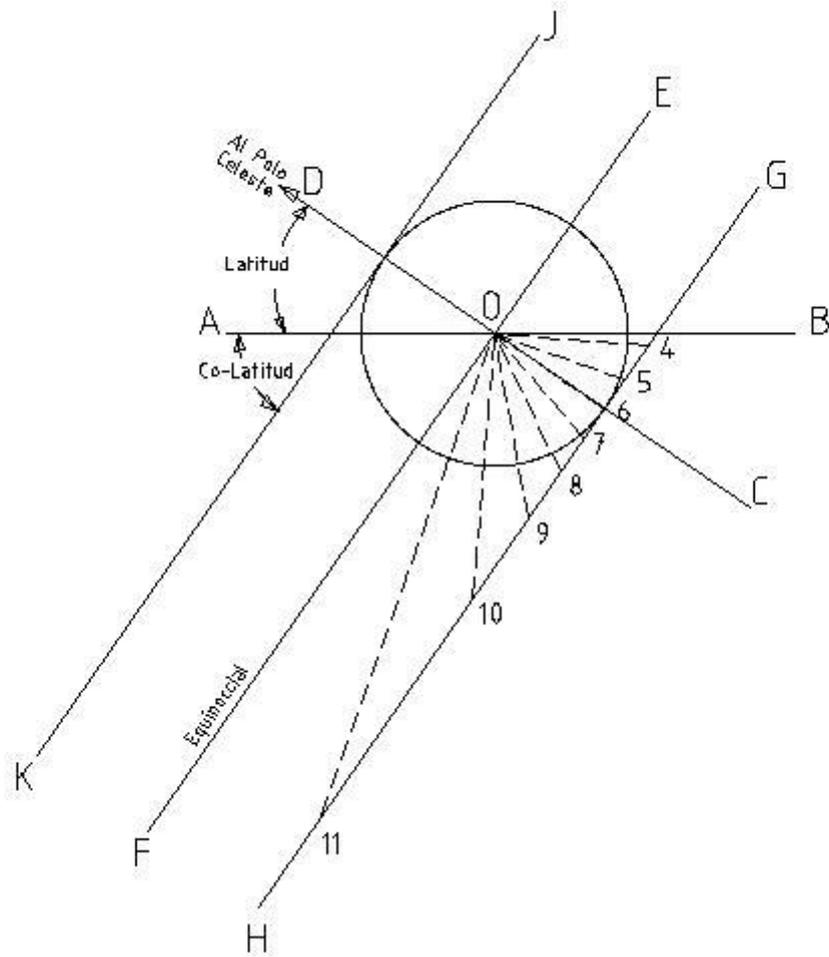
- 3) Dibuje una recta EF que sea perpendicular a la recta COD y que pase por el punto O . La línea EOF así formada quedará paralela al Ecuador y se llamará "línea equinoccial", mientras que la línea COD quedará paralela al eje terrestre.



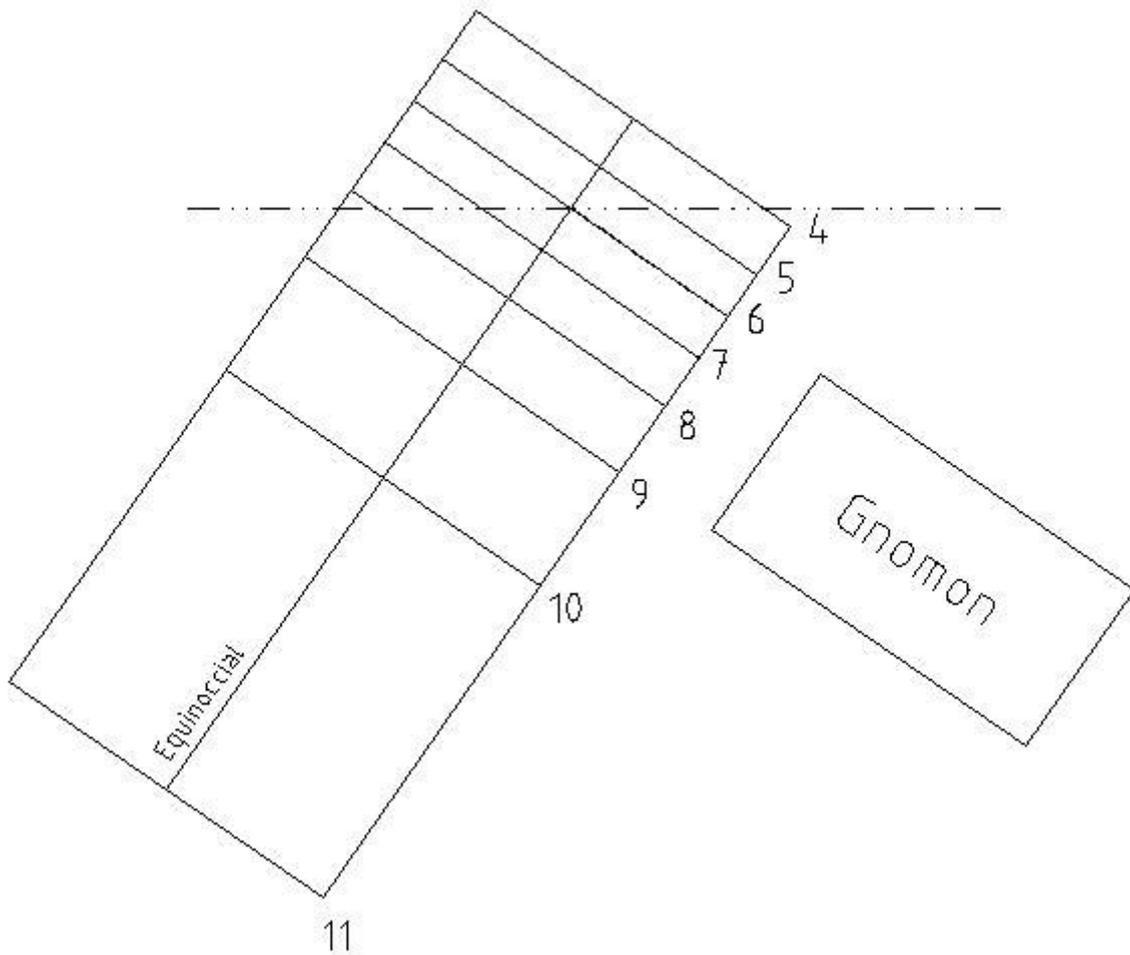
4) Dibuje una circunferencia de radio arbitrario con centro en el punto *O*. Trace dos líneas tangentes a la circunferencia en el punto donde ésta intersecta a la recta *COD* y que sean paralelas a la recta *EOF*. Llamaremos a estas rectas *GH* y *JK*.



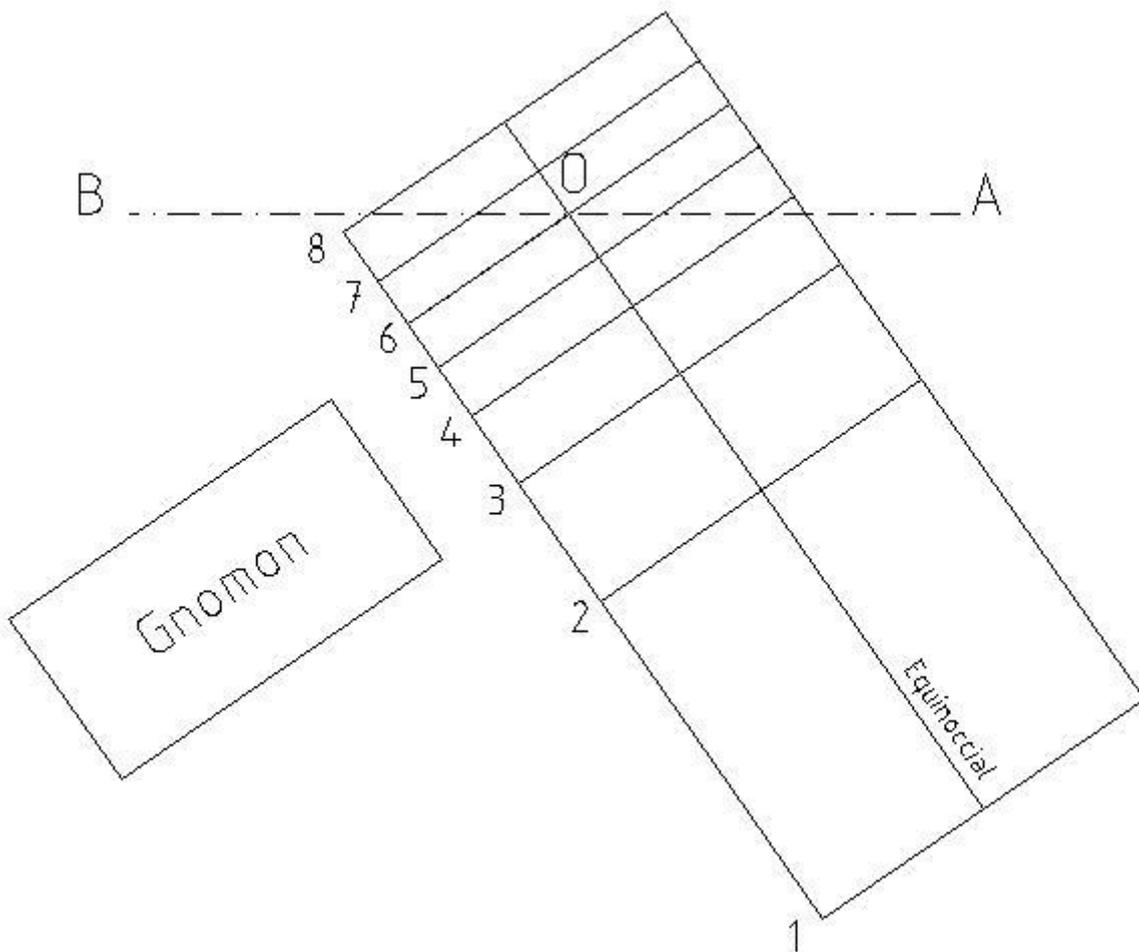
- 5) Divida a la circunferencia en arcos de 15° cada uno, comenzando a contar desde el punto en que COD intersecta a la circunferencia. Dibuje líneas desde el punto O que pasando por las divisiones de a 15° intersecten a la reta GH en los puntos 4, 5, 6, 7, etc. Al mediodía, el Sol estará justo en el meridiano, y sus rayos caerán paralelos a la placa, por lo que la sombra ya no caerá sobre ésta. Por esa razón en la placa Este directa sólo se trazan las líneas horarias que van desde la salida del Sol más temprana del año, hasta cerca del mediodía (once u once y media).



- 6) El gnomon se ubica coincidiendo con la línea horaria de las 6:00, y tendrá una altura igual a la distancia entre las líneas horarias de las 6:00 y las 9:00. La línea AB se dibujará con trazo muy suave sobre la placa final ya que sólo se necesita para ubicar la placa en forma correcta, haciendo coincidir dicha línea con la horizontal del lugar.



- 2) El gnomon se ubica coincidiendo con la línea horaria de las 6:00, y tendrá una altura igual a la distancia entre las líneas horarias de las 6:00 y las 3:00. La línea AB se dibujará con trazo muy suave sobre la placa final ya que sólo se necesita para ubicar la placa en forma correcta, haciendo coincidir dicha línea con la horizontal del lugar. En este punto es importante remarcar que los relojes verticales Este y Oeste directos son universales, es decir que pueden ser utilizados en cualquier latitud, siempre y cuando la línea Equinoccial quede apuntando exactamente al Polo Celeste. Las líneas horarias irán desde poco después del mediodía hasta la hora de la puesta de Sol más tardía del año.



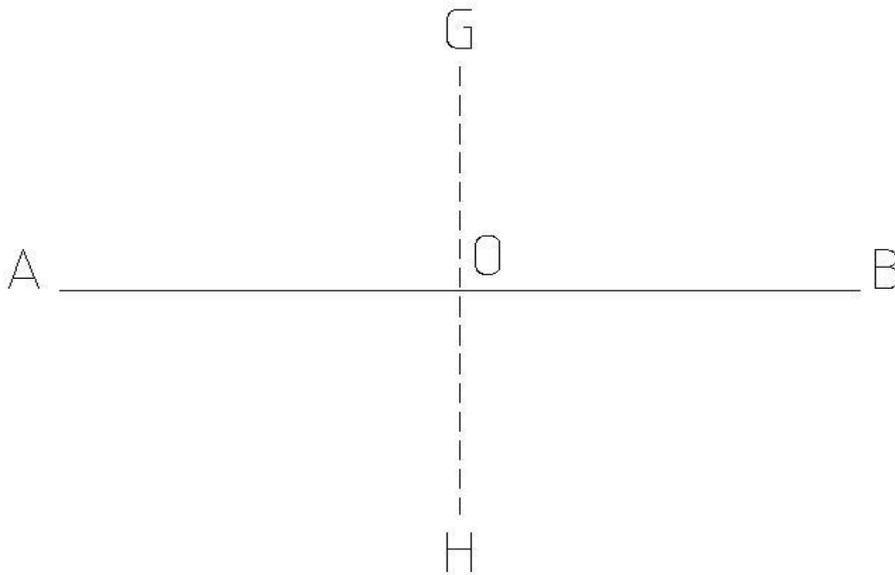
Reloj de Sol Polar

Diseño de la Placa.

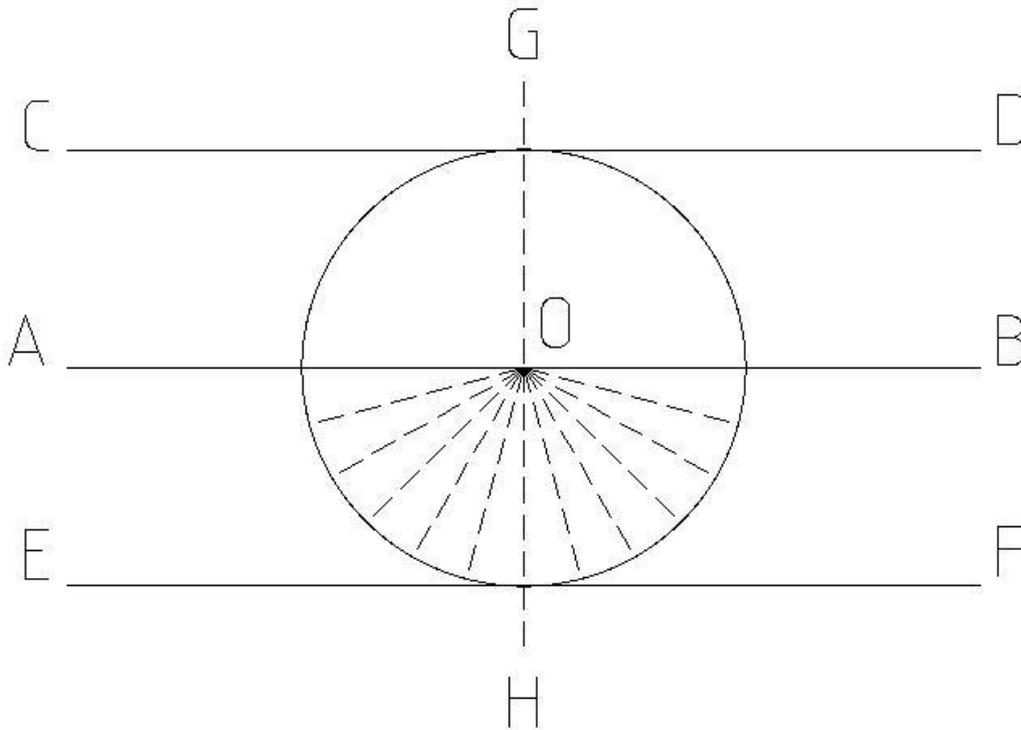
Los relojes de Sol polares, al igual que los relojes verticales directos Este y Oeste, son universales pudiendo ser utilizados en cualquier latitud. Las líneas horarias son paralelas entre sí, y el gnomon va colocado en la línea de las 12:00, con su borde superior paralelo a la placa.

El diseño gráfico de la placa es similar al de los relojes verticales directos:

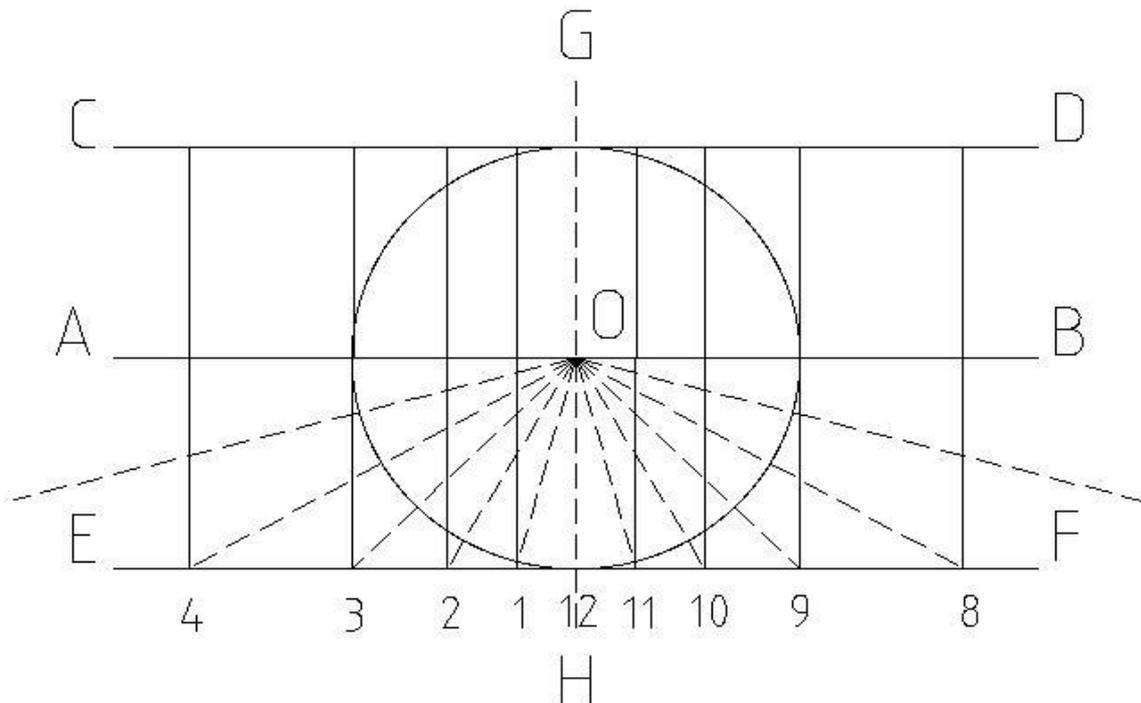
- 1) Dibuje la línea AB, y en el centro de ésta, en el punto O, dibuje una línea perpendicular GOH.*



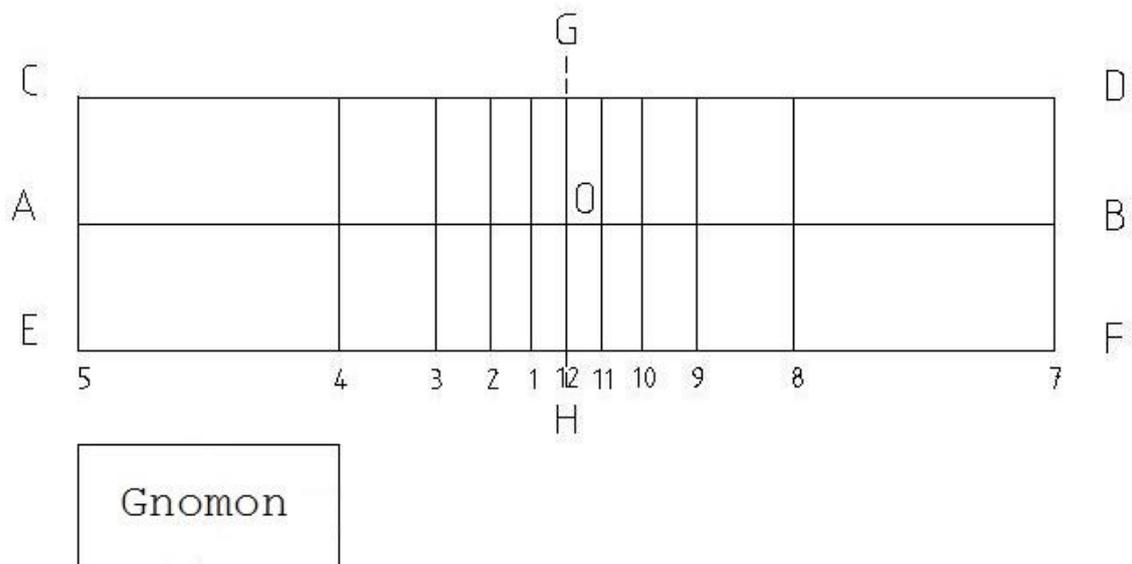
- 2) Dibuje una circunferencia con centro O y diámetro igual al ancho del reloj de Sol polar. Dibuje una recta CD , paralela a AB , en uno de los puntos donde la circunferencia corta a la recta GH y otra EF en el otro punto donde la circunferencia corta a la recta GH . Divida la circunferencia en arcos de 15° , uniendo con líneas el centro O con cada una de estas divisiones.



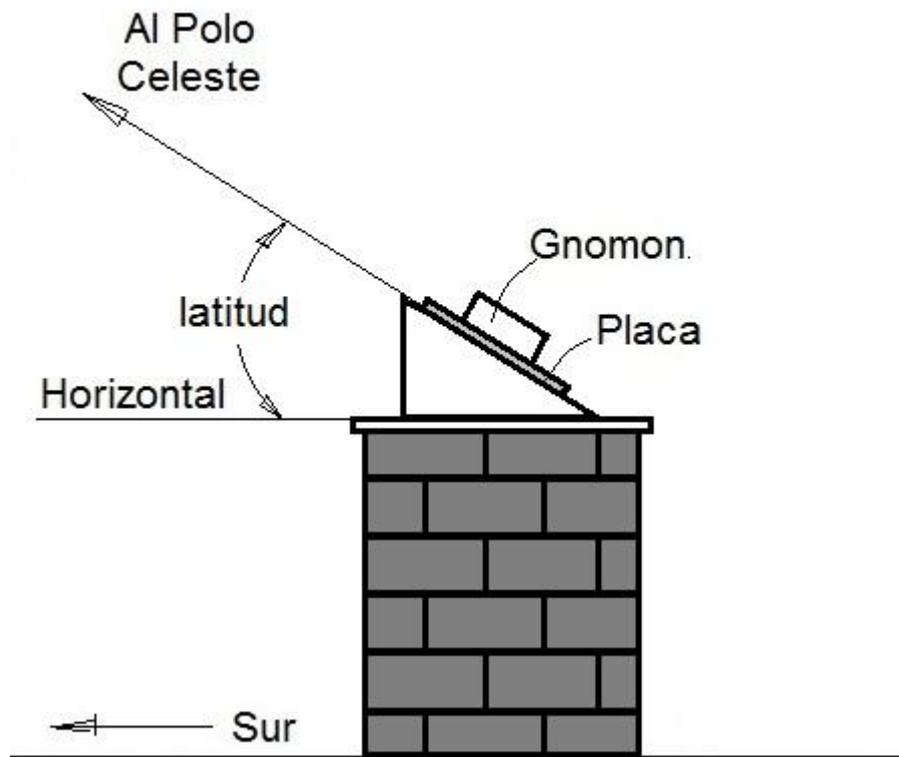
- 3) *Alargue las líneas radiales a 15° de modo que intersecten la recta EF. en cada intersección trace líneas verticales perpendiculares a la recta EF. Estos segmentos de recta son las líneas horarias. La línea que pasa por el punto O corresponde a las 12:00, y sobre esta línea se ubicará el gnomon. A la derecha se ubican las horas matutinas y a la izquierda las vespertinas.*



- 4) *Remove la circunferencia y demás trazos auxiliares. El gnomon tendrá una altura igual a la distancia entre las líneas horarias de las 9:00 y las 12:00.*

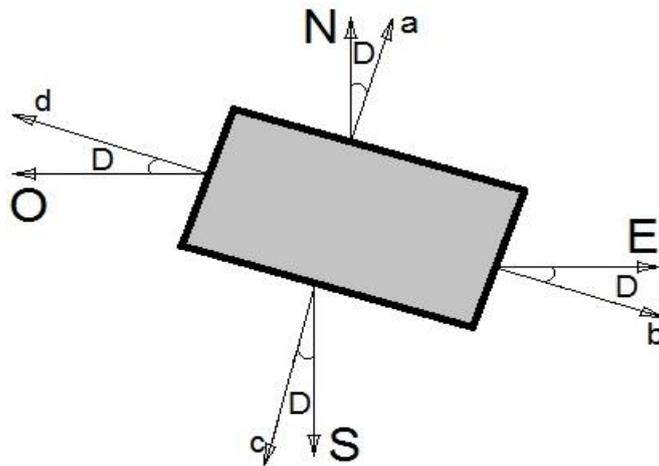


Los relojes polares pueden ser usados en cualquier latitud haciendo que la placa forme con la horizontal, un ángulo igual a la latitud del lugar. De esta forma el “estilo”, o borde superior del gnomon, quedará apuntando al Polo Celeste. La placa debe orientarse en dirección Este-Oeste.



Reloj de Sol Vertical Declinante

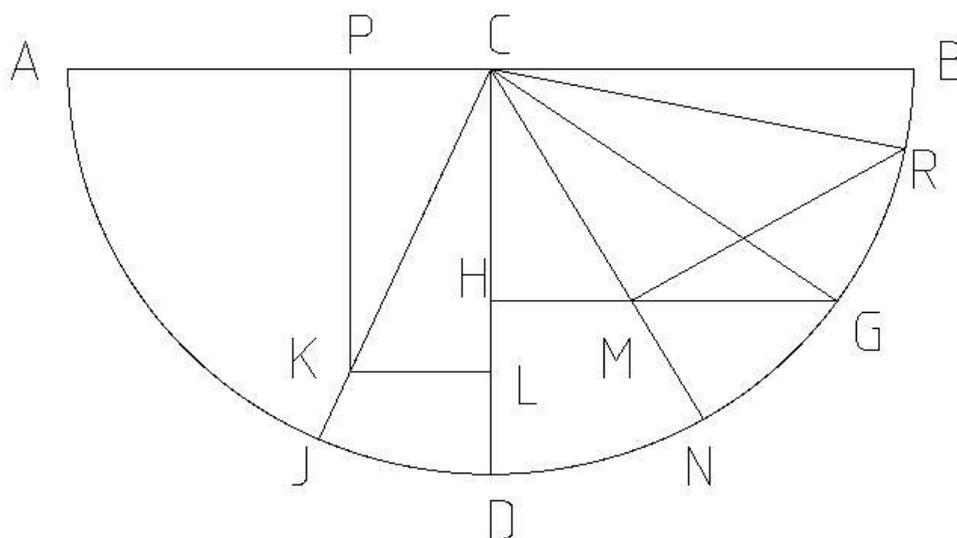
Hemos visto cómo diseñar placas para relojes verticales directos, es decir relojes que se ubicarán en edificios cuyas paredes están alineadas perfectamente con alguno de los puntos cardinales. Esta situación no es muy habitual, ya que rara vez se encuentra un edificio con tales características. Lo más común es que las paredes no estén alineadas según los puntos cardinales y presenten un cierto ángulo, que denominaremos “declinación”. La figura a continuación muestra un ejemplo de edificio cuyas paredes están orientadas a una declinación D con respecto a los puntos cardinales. Las rectas a , b , c y d son perpendiculares a las paredes Norte, Este, Sur y Oeste respectivamente, y cada una de ellas forma un ángulo D con las líneas que apuntan a los puntos cardinales correspondientes.



El diseño de las placas en Relojes de Sol Verticales Declinantes es algo más complejo que para los relojes Verticales Directos. Para comenzar, diremos que el gnomon no se encuentra ubicado en la línea horaria de las 12 sino que estará desplazado hacia el Este o el Oeste dependiendo de la declinación de la pared. Otro detalle importante es que la altura del gnomon, es decir el ángulo del estilo con respecto a la placa ya no será igual a la co-latitud, como en el caso de los Relojes Solares Verticales Norte y Sur Directos, sino que dependerá también de la declinación de la pared (y por supuesto de la latitud del lugar).

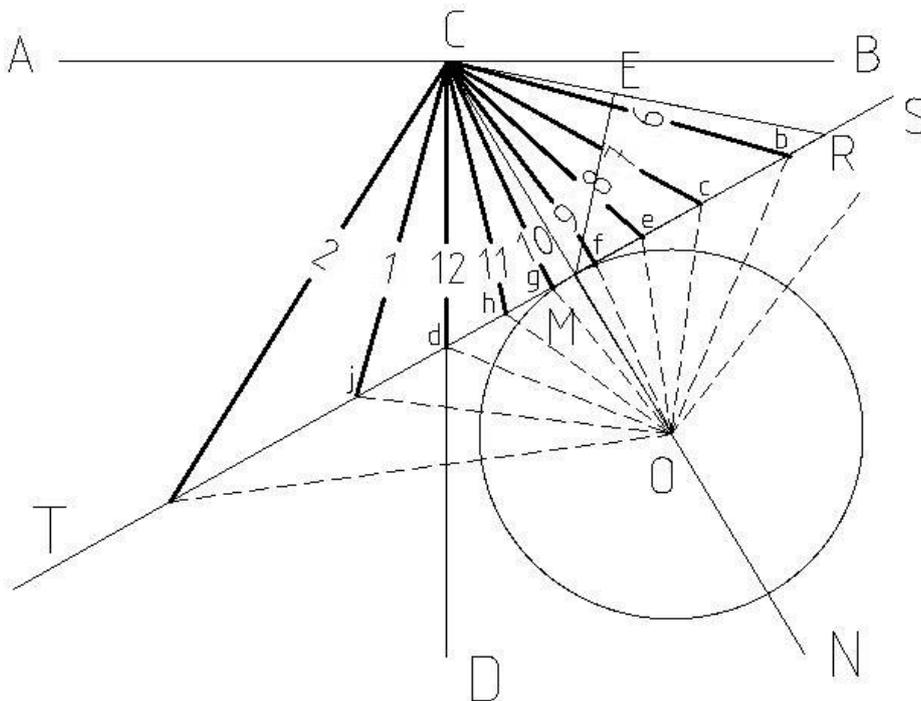
Diseño de la Placa. Método Gráfico

- 1) Trace una recta horizontal AB
- 2) Cerca del centro de la recta AB, trace una recta perpendicular CD
- 3) Dibuje un semicírculo ADB con radio AC y centro C
- 4) Dibuje una recta CG de modo tal que el ángulo DCG sea igual a la co-latitud del lugar (como la placa es para una pared con declinación hacia el Este, colocamos CG a la derecha de la línea CD. Si la declinación fuese hacia el Oeste, colocaríamos CG a la izquierda de CD)
- 5) Desde G dibuje GH, paralela a AB, cortando CD en el punto H
- 6) Tomando como referencia a la línea CD, dibuje CJ del lado opuesto a donde trazó la recta CG, formando un ángulo DCJ igual a la declinación de la pared (que en nuestro ejemplo es de 24°)
- 7) Sobre CJ ubique un segmento CK, que sea igual a GH
- 8) Dibuje KL, paralelo a AB, que intersecte a CD en el punto L
- 9) Sobre HG, ubique un segmento HM que sea igual a KL
- 10) Dibuje CMN. Esta es la línea del sub-estilo, y el ángulo DCN es la distancia del sub-estilo, SD. Esto finaliza el primer paso. Ahora es necesario obtener la altura del estilo SH, que es el ángulo que tendrá el estio con respecto a la placa.
- 11) Dibuje la línea KP, paralela a CD
- 12) Traslade el segmento KP al punto M y halle un punto R en el semicírculo de modo que MR=KP
- 13) Dibuje la línea CR. Esta línea representa el estilo y el ángulo NCR es la altura requerida para el estilo SH.

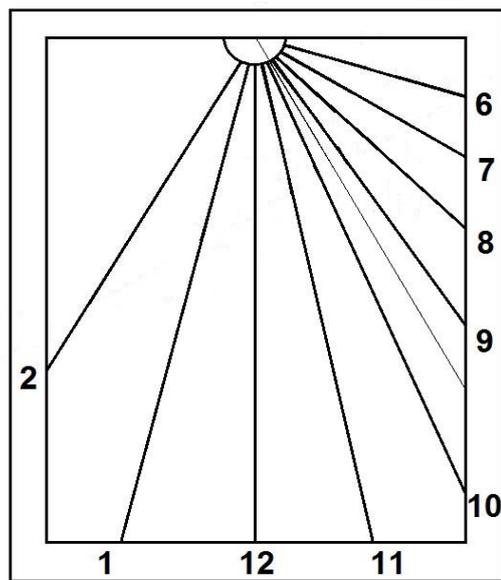
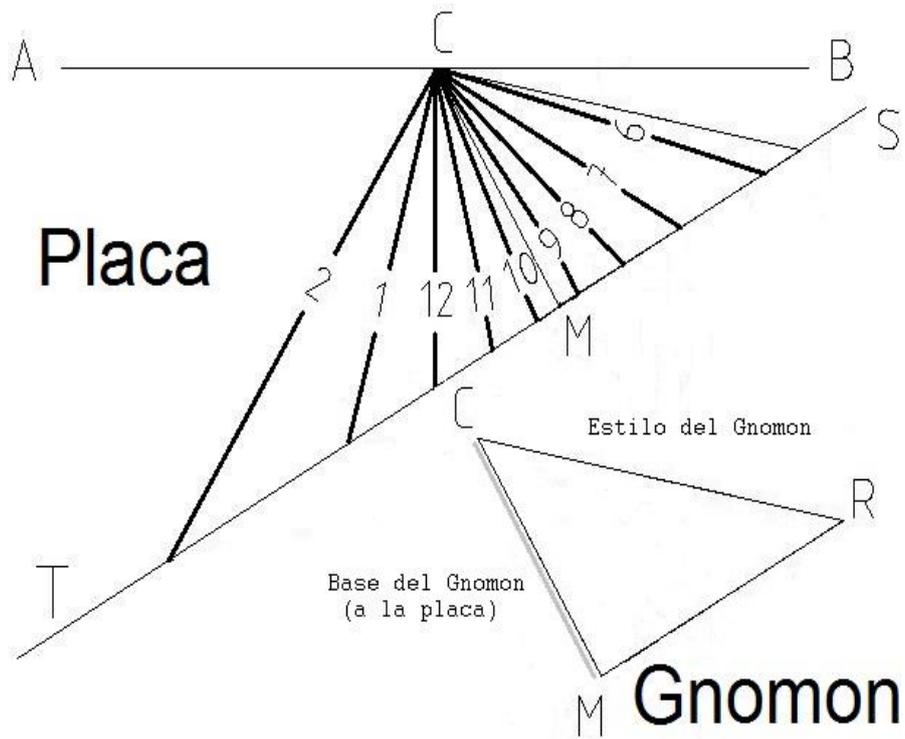


Ahora que tenemos SD y SH (SD es el ángulo DCN en que se dispondrá el gnomon en la placa con respecto a la vertical, también llamado distancia del estilo, y SH es el ángulo que tendrá el estilo con respecto a la placa, también llamado altura del estilo), procederemos a trazar las líneas horarias. Para esto comenzaremos un nuevo diagrama, transfiriendo algunos elementos importantes del diagrama anterior. Así trazaremos la línea AB y su perpendicular CD. Luego trazaremos la línea CN de modo que el ángulo DCN sea idéntico al ángulo DCN de la figura anterior. Dibujaremos también la línea CR de forma tal que el ángulo DCR sea idéntico al ángulo DCR de la figura anterior.

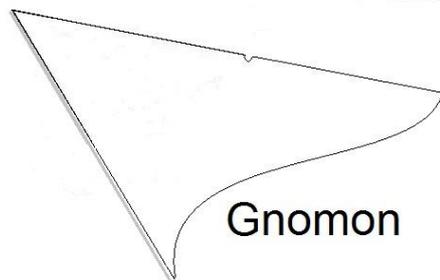
- 1) Tomar un punto cualquiera de la recta CN, al que se denominará M y trazar una recta SMT, perpendicular a CN. La distancia CM determinará la escala o tamaño del diagrama final
- 2) Dibujar la línea ME, perpendicular a CR
- 3) Sobre CN, trazar un segmento MO, que deberá ser igual al segmento ME
- 4) Tomando O como centro, dibujar una circunferencia n radio cualquiera. En nuestra figura hemos escogido un radio igual a OM
- 5) Denominaremos con la letra "d" a la intersección entre ST y CD. Trazar la línea OD
- 6) Dividir el círculo en arcos de 15° tomando OD como inicio.
- 7) Dibujar líneas desde O hasta las divisiones en la circunferencia y prolongar esos radios hasta que intersecten la línea ST, en los puntos b, c, e, f, g, h, y j
- 8) Dibuje líneas desde C hasta los puntos mencionados en el paso anterior. Esto es CB, CC, CE, CD, CF, CG, CH y CI. Estas son las líneas horarias y se numeran tomando como referencia a CD, que es la línea de las 12, con las líneas horarias de la mañana hacia el Oeste (derecha) y las de la tarde hacia el Este (izquierda).



La línea de las 12 (CD) debe quedar perfectamente vertical cuando la placa se fije a la pared, y el gnomon deberá quedar perpendicular a la placa, haciendo coincidir la base del gnomon con la línea del sub-estilo (CM).



Placa



Diseño de la Placa.

Método matemático para el cálculo de las líneas horarias

El diseño de la placa de un Reloj Solar Vertical Declinante es muy simple y consta de los siguientes cinco pasos:

- 1) *Encontrar la distancia del sub-estilo SD, es decir el ángulo que la base del gnomon formará con la línea (vertical) de las 12*
- 2) *Encontrar la altura del estilo SH, es decir el ángulo que el estilo formará con la placa*
- 3) *Hallar la diferencia de longitud DL*
- 4) *Encontrar el ángulo AV, entre la línea (vertical) de las 12 y la línea horaria de las 6*
- 5) *Hallar la posición de las líneas horarias*

Conociendo la latitud del lugar φ y el valor del ángulo de declinación de la pared vertical D, los primeros cuatro pasos implican resolver las siguientes ecuaciones:

- 1) $tg SD = sen D \cos \varphi$
- 2) $sen SH = cos D \cos \varphi$
- 3) $cotg DL = cotg D \sen \varphi$
- 4) $cotg AV = sen D \ tg \varphi$

Una vez que se tienen esto cuatro valores se procede a calcular los ángulos correspondientes a las líneas horarias. Si bien el ángulo SD define la línea donde se montará el gnomon (sub-estilo), el ángulo DL, llamado “Diferencia de Longitud” indica la distancia en horas a la que se ubicará el gnomon respecto de la línea de las 12. Por ejemplo, si DL fuera de $34^{\circ} 42' 30''$, se expresará en unidades de tiempo como 2h 18m 50s, lo que indica que el sub-estilo estará situado a 2h 18m 50s de la línea del mediodía.

Para paredes con declinación hacia el Este, el sub-estilo quedará a la derecha de la línea del mediodía, mientras que si la declinación es hacia el Oeste, el sub-estilo caerá a la izquierda de la línea de las 12. A modo de ejemplo supongamos que la pared tiene declinación hacia el Este, por lo que el gnomon se situará entonces entre la línea horaria de las 10 y la de las 9 (a 2h 18m 50s del medio día como se indicó más arriba, es decir a las 9h 41m 10s).

Como la línea del medio día se encuentra a $34^{\circ} 42' 30''$ del gnomon, usaremos este valor como referencia y sumaremos 15° para cada línea horaria que se aleje del gnomon, y restaremos 15° para cada línea horaria que se acerque al gnomon. Al ángulo resultante se lo llama “Ángulo Polar de la Línea Horaria”:

Línea Horaria	Ángulo Polar
4 A.M.	$85^{\circ} 17' 30''$
5 A.M.	$70^{\circ} 17' 30''$
6 A.M.	$55^{\circ} 17' 30''$
7 A.M.	$40^{\circ} 17' 30''$
8 A.M.	$25^{\circ} 17' 30''$
9 A.M.	$10^{\circ} 17' 30''$
10 A.M.	$4^{\circ} 42' 30''$
11 A.M.	$19^{\circ} 42' 30''$
12 P.M.	$34^{\circ} 42' 30''$
1 P.M.	$49^{\circ} 42' 30''$
2 P.M.	$64^{\circ} 42' 30''$
3 P.M.	$79^{\circ} 42' 30''$

Como se indicó más arriba, la línea de las 12 se toma como referencia a partir de la cual se suman o restan 15° por cada línea horaria. Acercándose hacia el gnomon, se llega a la línea de las 9 con un ángulo de $10^{\circ} 17' 30''$. Como el gnomon se encuentra entre las líneas horarias de las 9 y las 10, se llega al gnomon restando esos $10^{\circ} 17' 30''$ desde la línea de las 9. Para llegar a la línea horaria de las 10 se necesita avanzar la diferencia entre 15° y $10^{\circ} 17' 30''$, que son los $4^{\circ} 42' 30''$ que son los que indica la tabla que habrá entre el gnomon y la línea de las 10. A partir de la línea de las 10, se sumarán nuevamente 15° por cada línea horaria que se aleja del gnomon.

Los ángulos de cada línea horaria se calcularán de acuerdo a la expresión:

$$\tan A = \text{sen SH} \cdot \text{tg P}$$

Donde :

A: es el ángulo que la línea horaria tiene con respecto al sub-estilo (lo que se quiere hallar)

SH: es la altura del estilo o ángulo que forma el estilo con la placa

P: es el ángulo polar de la línea horaria (que aparece en la tabla más arriba)

Una validación de que los cálculos son correctos lo dará el ángulo de la línea horaria para el mediodía, que deberá ser igual al valor de SD calculado en el primer paso del método (ver más arriba), ya en ambos casos el ángulo calculado es el que queda definido entre el sub-estilo (base del gnomon) y la línea vertical del mediodía.

Método para determinar la declinación de una pared Norte

- 1) Colocar una tabla o cartón en la base de la pared, verificando que esté horizontal y nivelada
- 2) Al mediodía solar (que puede determinarse usando otro reloj de sol convenientemente alineado o consultando las tablas de la Ecuación del Tiempo y haciendo el cálculo correspondiente), proyectar la sombra del hilo de una plomada de modo que parte de la sombra caiga sobre la pared y parte caiga sobre la tabla colocada en el paso anterior. Por ser el mediodía solar, la sombra coincidirá con el meridiano del lugar, y por lo tanto apuntará al Norte real.
- 3) Con un lápiz marcar la sombra proyectada por el hilo sobre la tabla horizontal desde el borde que toca la pared (punto O) hasta el final de la sombra
- 4) Con una escuadra marcar sobre la tabla horizontal, una línea perpendicular a la pared, comenzando en el borde que toca la pared (punto F) y corte la línea definida por la sombra del hilo marcada en el paso anterior, en el punto B
- 5) Medir los segmentos FO y FB en la tabla y calcular el cociente FO/FB, cuyo resultado será igual a la tangente trigonométrica del ángulo D de declinación de la pared.

